巧用“几何画板”培养学生全等三角形模型观念

傅清明　罗琴　罗航　李凌

重庆市涪陵区浙涪友谊学校

重庆市涪陵城区第十一小学

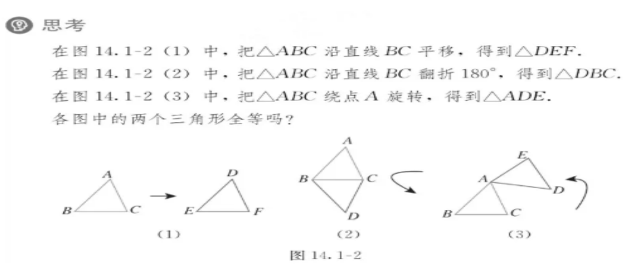
【摘　要】新课程标准要求在初中几何教学中培养学生几何直观、空间观念 、推理能力、模型观念等核心素养，同时要求将信息技术深入融合几何教学。 “几何画板”能够精准地展现几何图形的动态变化过程，深刻揭示图形变化的规律，生动直观的演示全等三角形的变换过程和方式，增强学生对于几何知识的理解，有助于培养学生全等三角形的模型观念，提高几何课堂教学效率，让课堂充满生长的活力。

【关键词】“几何画板”　全等三角形　模型　观念

义务教育新版数学课程标准指出，初中数学核心素养的关键能力包括: 抽象能力、运算能力、几何直观、空间观念 、推理能力、数据观念、模型观念等多个方面。[1] 同时，还要求发挥技术优势，变革传统模式，推进信息技术与中小学数学教育教学的深度融合。[2] 在众多的信息技术辅助软件中， “几何画板”脱颖而出，丰富了传统的教学几何方法，为初中几何教学注入了新的活力。 “几何画板”最大的优势在于能够精准地展现几何图形的动态变化过程，深刻揭示图形变化的规律，增强学生对于几何知识的理解，更为重要的是，能引导学生进行探索和创新，从而提高数学思维能力，形成数学模型观念。下面，笔者将基于义务教育教科书（人教版）数学八年级上册《第十四章 全等三角形》的教学实践，阐述运用“几何画板”培养学生全等三角形的模型观念。

一、运用“几何画板”培养学生三种全等变换的观念

教材第 29 页“思考”板块，内容如下:


思考

在图 14.1-2（1）中，把△ABC 沿直线 BC 平移，得到△DEF.
在图 14.1-2（2）中，把△ABC 沿直线 BC 翻折 180°，得到△DBC.
在图 14.1-2（3）中，把△ABC 绕点 A 旋转，得到△ADE.
各图中的两个三角形全等吗?

图 14.1-2

教材安排的“思考”，其核心目的就是让学生感受初中阶段最重要的三种全等变换形式——平移、翻折、旋转。单纯的让学生阅读教材来认识这三种变换形式，效果不尽如人意。特别是对于图形变换过程，以及如何确定对应元素，学生充满疑惑。

教学过程中，教师现场作出△ ABC，将三边设置为不同的颜色。然后再应用将△ ABC 进行“反射”、“旋转”，得到与△ ABC 全等的三角形，并引导学生观察。

通过这种鲜明的视觉区分，让学生形成全等三角形最为重要的“对应”的数学观念。教师还可以进一步拓展。比如展示△ABC分别沿AB、AC翻折后得到的图形(如图 1.1 和图 1.2 所示），也可以进一步展示图形绕 A 点顺时针旋转和分别绕 B 点、C 点逆时针旋转一定的角度得到的图形（如图 2.1——图 2.3 所示）。直观呈现的方式极大地增加了学生的认可度和接受度，快速帮助学生建构起翻折、旋转的观念。

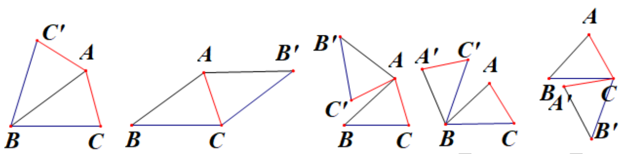


图1.1 图1.2 图2.1 图2.2 图2.3

二、运用“几何画板”培养翻折型全等三角形的观念

教材第 33 页的例 1 是翻折型全等变换的典型例题。内容如下：

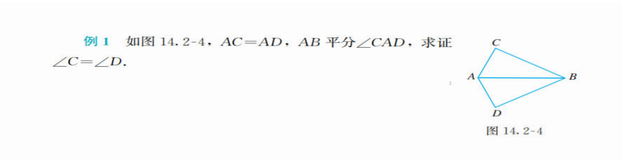

例 1 如图 14.2-4，AC=AD，AB 平分∠CAD，求证∠C=∠D.

图 14.2-4

如果只是单纯完成例题的教学，那么这道例题的教学价值就大打折扣。实际教学过程中，教师利用“几何画板”先作出△ABC，然后将△ABC 沿 AB 反射，得到△ABD。最重要的是，教师可让学生在“几何画板”里拖动点 B，让其水平移动，当 B 点移动到 B，C，D 三点共线时，形成等腰三角形，如图 3.1。当 B 点移动直线 CD 左侧时，形成“飞镖”形，如图 3.2。

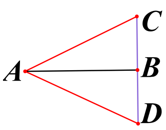


图3.1

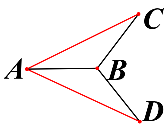


图3.2

对于“翻折”的理解，不能仅仅停留在沿三角形的某一边翻折，还可以沿垂线、角平分线翻折。教师可以按图 4.1——图 4.3 所示：在“几何画板”里先作出△ABF，在直线 BF 上取一点 O，过点 O 作垂线，再将△ABF 沿所作垂线翻折，得到△DCE，这种直观演示，学生容易得到△ABF≌△DCE。接着，教师移动点 O 的位置（此时可以隐藏垂线），让学生观察点 O 在不同位置时得到的全等三角形。教师还可以移动点 A 的位置，改变△ABF 的形状，得到不同形状的△ABF≌△DCE，如图 5.1 和图 5.2 所示。

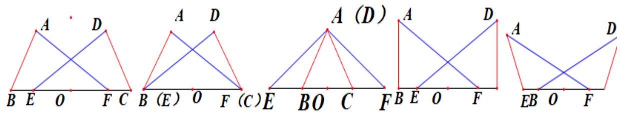


图4.1 图4.2 图4.3 图5.1 图5.2

教材第 35 页的例 2

是沿角平分线翻折的经典模型。内容如下：

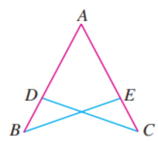


图 14.2-8

例 2 如图 14.2-8，点 D 在 AB 上，点 E 在 AC 上，AB=AC，∠B=∠C. 求证 AD=AE.

教师可以在“几何画板”里先作出△ABE，再作出∠BAE 的角平分线，然后将△ABE 沿角平分线翻折，得到△ACD。这样的操作过程能够帮助学生直观、快速地找到证三角形全等的条件，从而避免在 BE、CD 的交点处添加字母 O，证△OBD≌△OCE 的错误做法。同时我们还可以移动点 A 或点 B 的位置，得

到不同形状和不同位置的△ ABE ≌△ ACD，如图 6.1 和图 6.2。

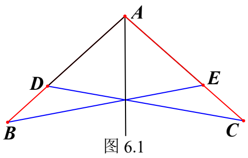


图 6.1

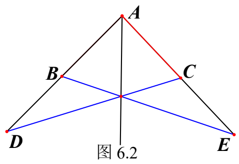
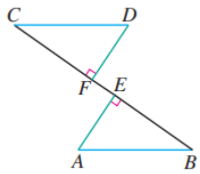


图 6.2

三、运用“几何画板”培养旋转型全等三角形的观念

对于初中学生而言，旋转变换的图形变化过程和全等图形中的对应元素的确定是最难的，而“几何画板”的引入，为改变这种现状提供了新的途径。

教材第 43 页的习题 2，是典型的旋转 180°型全等三角形。内容如下：



2. 如图，$AB=CD$，$AE\perp BC$，$DF\perp BC$，垂足分别为 E，F，$CE=BF$.
求证 $AE=DF$.

教学过程中，教师可以按图 7.1——图 7.3 所示操作：在“几何画板”里先作出△ ABE 和直线 BE，在直线 BE 上取一点 O，然后双击点 O，运用变换中的旋转命令，输入旋转角度为 180°，得到△ DCF。通过“几何画板”的直观演示和不同颜色的对应线段，学生很容易确定△ ABE ≌△ DCF。接着，教师移动点 O 的位置，让学生观察点 O 在不同位置时得到的全等三角形，特别引导学生观察点 E 与点 F、点 O 重合时构成的“8”字形三角形，如图 7.2；以及点 O 为 BE 中点时，点 B 与点 F、点 C 与点 E 重合分别重合，得到的平行四边形，如图 7.3。当然，教师还可以改变点 A 的位置，得到不同形状的△ ABE ≌△ DCF。

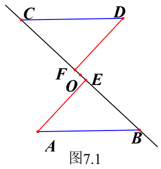


图7.1

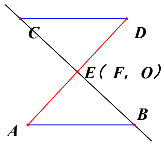


图7.2

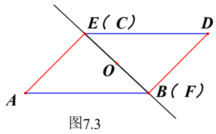
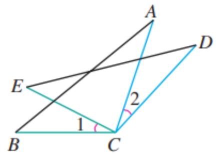


图7.3

教材第 59 页的习题 4，更是一般旋转角为一般度数的旋转型全等变换。内容如下：



（第 4 题）

4. 如图，$CA=CD$，$\angle 1=\angle 2$，$BC=EC$. 求证 $AB=DE$.

教学过程中，如图 8.1 所示，教师在“几何画板”里先作出△ ABC，然后双击点 C，运用变换中的旋转命令，输入小于 45°的度数，就可得△ DEC。通过“几何画板”的直观演示和不同颜色的对应线段，学生很容易直观确定△ ABC ≌△ DEC，快速确定对应元素。移动点 A，可以得出得到不同形状的△ ABC ≌△ DEC，如图 8.2，8.3 所示。

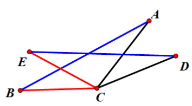


图 8.1

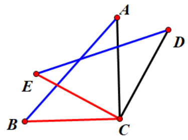


图 8.2

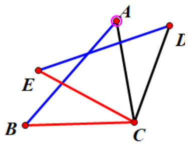


图 8.3

习题中，教师还要特别关注两个相似的等腰三角形旋转问题。第一类是两个等边三角形（△ ABC 和△ DEC）绕一个顶点旋转的模型。当旋转到不同位置时，如图 9.1——9.3 所示，始终可证带阴影的两个三

角形全等。

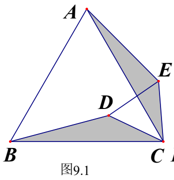


图9.1

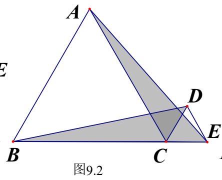


图9.2

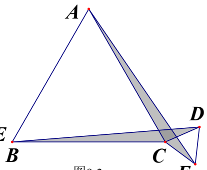


图9.3

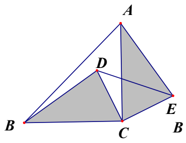


图10.1

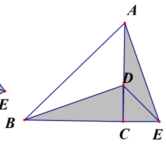


图10.2

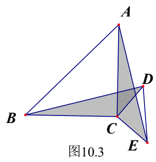


图10.3

第二类是两个等腰直角三角形绕一个顶点旋转的模型。当两个等腰直角三角形（△ ABC 和△ DEC）绕直角顶点旋转到不同位置时，如图 10.1——10.3 所示，始终可证带阴影的两个三角形全等。

第三类，当 ΔABC false 和 ΔDEC false 为一般等腰三角形（BC=AC，DC=EC），绕顶点 C 旋转到不同的位置时，可得类似的图形和类似的结论。如图 11.1——11.3 所示。

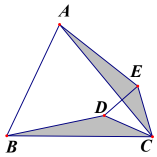


图 11.1

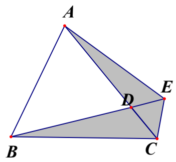


图 11.2

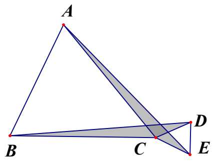


图 11.3

总之，通过“几何画板”教学，教师能够更加直观、生动地展示全等变换的三种形式，帮助学生深刻理解全等三角形的形成过程，快速确定对应元素，形成动态的全等模型观念，真正做到举一反三，一题多练，提高课堂教学效率，让几何教学的课堂充满生长的活力。

参考文献：

[1] 曹一鸣，新版课程标准解析与教学指导——初中数学（2022 年版），北京师范大学出版社，22.

[2] 曹一鸣，新版课程标准解析与教学指导——初中数学（2022 年版），北京师范大学出版社，62-63.