

基于 DFRFT 的平面阵相位和差测角算法及 FPGA 实现

袁泉

中国电子科技集团有限公司电子科学研究院, 北京, 100041

摘要: 平面阵单脉冲测角是目前一种应用广泛的角度估计技术。其测角性能对信噪比较为敏感, 信噪比较低时, 测角误差较大。目前所采用的方法通常会在测角计算前对信号进行脉冲压缩以提升信噪比。但该方法通常又受限于时域脉冲宽度。为解决这一问题, 本文提出一种基于 DFRFT 的相位和差测角算法。在测角计算前, 先对三路和差信号分别进行分数域匹配滤波, 然后将匹配滤波的峰值作为测角计算的输入进行角度偏差计算。仿真结果表明分数域匹配滤波输出信噪比要高于目前传统脉冲压缩后的信噪比, 因而获得了更准确的测角结果。同时还对该算法进行了 FPGA 实现, 验证了其实用性。

关键词: 单脉冲测角; 脉冲压缩; DFRFT; 和差信号; 匹配滤波

作者简介: 袁泉 (1991-), 男, 汉族, 黑龙江省哈尔滨市, 博士, 工程师, 研究方向: 数字信号处理。

0 引言

无线通信技术日新月异, 无线电测量技术不断更新改进, 无线电波来波方向角测量技术也在不断发展与完善。其中单脉冲测角技术是一种经典, 并且在今天仍然具有广泛应用价值的测角技术。该技术的主要特点是简单可靠, 测角所需时间短, 可以很好满足实时定位的通信需求。

针对该技术目前有很多相关研究, 主要围绕测角性能影响因素的分析以及如何提高测角性能。如胡德玲分析了和差通道幅相不一致对测角性能的影响^[6]。马振球分析了和差器, 信号处理的非理想对最终测角性能的影响^[7]。刘宏伟基于最大似然测角算法进行了改进, 提出了一种线性约束自适应波束形成算法, 将二维角度估计转化为一维角度估计, 并且具有较好的可实现性^[8]。陈锦宇对基于时域匹配滤波的平面阵相位和差测角算法进行了 FPGA 实现^[9]。

不同于以上研究角度, 本文针对单脉冲相位和差测角算法对噪声敏感的问题, 提出了一种基于分数域傅里叶变换的和差测角算法。该算法将三路带噪和差信号进行分数域傅里叶变换, 并对变换后的信号进行分数域下的匹配滤波。并将分数域匹配滤波结果作为测角计算的输入。仿真结果表明, 在特定阶次的 FRFT 域下, 和差信号表现为近冲击函数, 能量集中度明显高于时域和频域, 而对噪声的功率谱密度无改变。从而很好的抑制了噪声, 提高输出信噪比, 改善了测角性能。在此基础之上对基于分数域傅里叶变换的和差

测角算法进行了 FPGA 实现。实现后通过软仿的方式进行验证, 测角结果与理论相一致, 证实算法的正确性以及可用性。

1 信号模型与算法原理

(1) 信号模型

本文采用的测角信号是线性调频信号, 其复数形式为:

$$s(t) = e^{j2\pi(f_0 t + \frac{1}{2}\mu t^2)}, \quad |t| \leq \frac{T}{2} \quad (1)$$

其中 T 为信号持续时间 (脉冲宽度), f_0 为起始频率, μ 为调频率。经过 AWGN 信道后的接收信号为

$$r(t) = s(t) + n(t) \quad (2)$$

对于一个平面相控阵, 和差信号通过和差网络进行实现。阵面被均等的分为 ABCD 四个子阵。每个子阵形成的子波束与阵面指向完全相同。通过馈线网络与和差器实现通道信号的矢量相加, 形成和差波束。

(2) 算法原理

在 FRFT 域首先将信号进行离散分数域傅里叶变换。采样型 DFRFT 定义如下,

$$X_\alpha[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) K_\alpha[n, k] \quad (3)$$

其中 $K_\alpha[n, k]$ 为核函数

$$K_\alpha[n, k] = \sqrt{\frac{1 - j \cot \alpha}{N}} e^{j\pi(\cot \alpha \cdot n^2 - 2 \csc \alpha \cdot nk + \cot \alpha \cdot k^2)} \quad (4)$$

其中 $\alpha = \frac{a\pi}{2}$ ，当 $a=1$ 时为 DFT 变换。FRFT 域匹配滤波是将三通道信号以及式 1 中的原信号 $s(t)$ 均进行 FRFT，然后进行匹配滤波。设经过 DFRFT 变换的和通道、俯仰差通道以及方位差通道信号依次为 $R_\alpha^s[k]$ ， $R_\alpha^r[k]$ 以及 $R_\alpha^x[k]$ 。本地线性调频脉冲信号的 DFRFT 为 $S_\alpha[k]$ 。对三个通道的信号进行 FRFT 域匹配滤波，

$$K^s[k] = \sum_{m=0}^{N-1} R_\alpha^s[m] \cdot S_\alpha^*(N+m-k) \quad (5)$$

$$K^r[k] = \sum_{m=0}^{N-1} R_\alpha^r[m] \cdot S_\alpha^*(N+m-k) \quad (6)$$

$$K^x[k] = \sum_{m=0}^{N-1} R_\alpha^x[m] \cdot S_\alpha^*(N+m-k) \quad (7)$$

将匹配滤波的峰值结果代入测角公式进行计算。设 θ_0 和 φ_0 分别表示天线波束指向的俯仰角和方位角。依据前面的信号模型，相位和差测角的计算公式经推导如下，俯仰角偏差：

$$\theta_k - \theta = \frac{\lambda \arctan(\text{imag} \frac{P_y}{P_z})}{2\pi L_y \cos \theta} \quad (8)$$

方位角偏差：

$$\varphi_k - \varphi = \frac{\lambda \arctan(\text{imag} \frac{P_x}{P_z})}{2\pi L_x \cos \theta \cos \varphi} + \tan \theta \tan \varphi (\theta_k - \theta) \quad (9)$$

式中 λ 为信号波长， P_r ， P_z 以及 P_x 依次为序列 $K^r[k]$ ， $K^z[k]$ 以及 $K^x[k]$ 的峰值。 θ 和 φ 分别为当前波束的俯仰指向以及方位指向。

2 算法的 FPGA 实现

算法总共包含了 4 个主要功能模块，分别为：本地脉冲信号生成模块、脉冲压缩模块、测角计算模块、求平均值模块。完整的处理流程为：本地脉冲信号生成模块在 trig 信号的触发生成线性调频信号脉冲，输入的三路和差通道信号经过了三个寄存器进行延时

以确保与本地脉冲信号时序对齐。三路信号分别进入三个脉冲压缩模块进行 FRFT 域的匹配滤波。输出滤波的峰值送入测角计算模块，计算方位俯仰的偏差。算法会计算多个脉冲的测角结果取平均。因此，最后的求平均值模块会将测角计算模块输出的多个结果进行平均处理，最终得到最后的测角结果。

其中脉冲压缩模块先进行 FRFT 变换，然后进行匹配滤波并在峰值出现位置输出对应峰值。在 FRFT 变换的实现上，采用了 Candan 等人提出的快速 DFRFT 算法^[10]。即，

$$\text{FRFT}[x(n)] = \text{IFFT}(\text{FFT}[x(n)] \cdot \text{FFT}[\omega(n)]) \quad (10)$$

其中 $\omega(n) = e^{-j\pi n^2/2}$ 。在 FPGA 实现时先对输入信号和 $\omega(n)$ 做 FFT 变换，变换过程直接调用 Vivado 中的 IP 核。将两个 FFT 的输出结果输入复数乘法器，结果进行 IFFT。同样也采用 FFT 核。整个脉冲压缩模块 FPGA 实现结构如图 1 所示。虚线框内为脉冲压缩的 DFRFT 部分。右侧为匹配滤波部分，在脉冲长度已知，脉冲起始位置已知的情况下通过脉冲长度计数可以得到峰值的位置，将该位置对应的累加器结果输出便是匹配滤波结果。

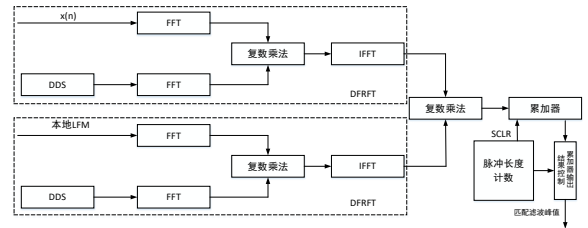


图 1 脉冲压缩 FPGA 实现结构

测角计算模块核心功能是完成式 8 和式 9 的计算。主要包括复数除法的计算，反正切以及正切计算，还有实数除法和乘法计算。除了复数除法计算外，其它计算模块都直接调用 cordic IP 核、除法 IP 核以及乘法 IP 核来完成。复数除法由于没有 IP 核直接对应，采用了以下的计算关系进行转化：

$$\frac{a+bj}{c+dj} = \frac{(a+bj)(c-dj)}{c^2+d^2} \quad (11)$$

将复数除法分成复数乘法和实数除法两个步骤。由于式 17 和式 18 的计算中只需要计算差和比的虚部。因此 $\text{imag} \frac{P_r}{P_z}$ 和 $\text{imag} \frac{P_x}{P_z}$ 的计算可通过式 20 中的复数乘法取虚部再除以和通道模值平方来实现，可直接调用 IP 核。

3 仿真与测试结果

时域和 FRFT 域脉压后的测角性能对比如图 2。测角精度随信噪比的增大而逐步提高。并且可以看出基于 FRFT 域脉压的测角性能相比于时域有明显的性能提升，特别是在低信噪比的情况下对比更是明显。因为 FRFT 域的脉压获得了更大的信噪比。

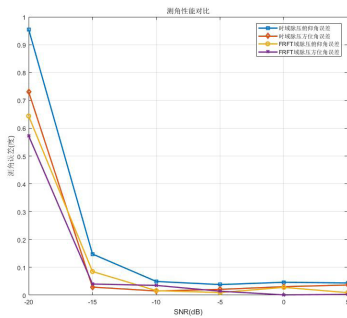


图 2 测角性能对比

图 3 给出了算法 FPGA 实现后的 testbench 测试结果。测试中在 matlab 上基于前面给出的信号模型生成了三路和差信号，并将信号写入 txt 文件中，在 vivado 的 testbench 中进行读取，作为算法的输入信号。测试中设置来波方向与当前波束法线在方位以及俯仰上分别偏离 -0.031rad 和 0.026rad 。

图中 local_data 和 delay_data 信号分别对应本地脉冲波形和输入的脉冲波形。cal_en 表示一个脉冲信号对应的脉压计算使能，在时序上和脉冲信号的首尾对齐。add_re 和 add_im 对应脉冲压缩实部和虚部的累积过程。deltatheta_mean 和 deltaphi_mean 分别对应最终测角结果取平均后算法的最终测角结果，单位为弧度制。算得方位偏差为 -0.030rad ，俯仰偏差为 0.027rad ，与实际偏离方向基本一致。验证了 FPGA 实现的正确性。

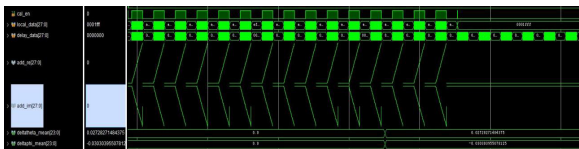


图 3 算法 FPGA 实现 testbench 测试结果

4 结论

本文提出了一种基于 DFRFT 的平面阵单脉冲测角算法。该算法对脉冲压缩部分进行了改进。与传统的

时域脉冲压缩不同，该算法在 FRFT 域进行了脉冲压缩，脉压后的信号相比时域脉压获得了更高的信噪比。仿真结果表明该算法的测角性能在低信噪比下相比基于时域脉冲压缩的测角算法性能更优。在仿真的基础上，还在 FPGA 上对算法进行了实现，并通过 testbench 验证了算法的正确性，从而进一步证明了算法的可用性。

参考文献

- [1] 杨顺平, 母王强, 曾浩. 多波束相控阵天线角度测量方法[J]. 电讯技术, 2023, 63(4): 481-489.
- [2] 催向阳, 付学斌, 朱永杰, 等. 二维相控阵 UV 域测角分析及应用[J]. 火控雷达技术, 2021, 50(4): 44-48.
- [3] 张孟达, 余颖菲. 一种改进的 U-V 空间测角方法[J]. 雷达科学与技术, 2023, 21(4): 400-404.
- [4] 赵海东, 付林, 贾然. 一种舰船摇摆下基于正弦空间的多波束覆盖范围计算方法[J]. 雷达与对抗, 2023, 43(3): 40-42.
- [5] 陈家瑞, 高鹏, 王志鹏. 一种相控阵雷达单脉冲和差测角改进方法[J]. 雷达科学与技术, 2025, 23(2): 203-212.
- [6] 胡体玲, 李兴国. 双平面振幅和差式单脉冲雷达的性能分析. 现代雷达. 2006, 8, vol.28, No.8 pp.11-12.
- [7] 马振球, 崔崑. 相位和差单脉冲雷达测角性能分析. 北京理工大学学报. 2009, 8, vol.29, No.8 pp.726-730.
- [8] 刘宏伟, 张守宏. 平面阵线性约束自适应单脉冲测角算法. 电子与信息学报. 2001, 3, vol.23, No.3 pp.275-279.
- [9] 陈锦宇. 通信系统中相控阵天线单脉冲测角的仿真与实现. 西安: 西安电子科技大学硕士论文. 2013.
- [10] Candan, M. Alper Kutay, H.M. Ozaktas. The discrete fractional Fourier transform[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2000, 48(5): 1329-1337.